XV.

GISopen

KONFERENCIA

Megfelelni az új kihívásoknak

SZÉKESFEHÉRVÁR

2011. március 16 -18.

GAUSS-KRÜGER ÉS UTM KOORDINÁTÁK SZÁMÍTÁSA ELLIPTIKUS INTEGRÁLLAL

PAPP ERIK

SZENT ISTVÁN EGYETEM
YBL MIKLÓS ÉPÍTÉSTUDOMÁNYI KAR
BUDAPEST

TÉMAKÖRÖK

1. Bevezetés
2. Mercator vetületi rendszer
3. Meridián ívhossz számítása
4. Landen transzformáció
5. A valódi ívhossztól a Gauss-Krüger és UTM koordinátákig
6. GKUTM program
7. Összefoglalás

Bevezetés

- *A geodéziában véges hatványsorokat alkalmaznak a forgási ellipszoidhoz kapcsolódó differenciálgeometriai alkalmazások esetén.*
- *A **Gauss-Krüger** és **UTM** koordináták számítása hagyományosan szintén vetületi sorokkal történik.*
- *Történelmi szempontból ez érthető, mivel elődeink minden számítást kézzel, logaritmussal vagy mechanikus számológéppel végeztek.*
- *<u>Azonban semmi sem indokolja, hogy napjainkban számítógéppel is ugyanezt a módszert alkalmazzuk.</u>*
- *A korábbi években készült mindegyik program, szinte kizárólag véges hatványsorokon alapuló rutinokból épült fel.*
- *<u>Léteznek még általánosabb, univerzálisan használható, matematikailag helyes és pontos megoldást nyújtó algoritmusok is.</u>*

Bevezetés

- *Komplex számok geodéziai alkalmazása meglehetősen ritka.*
- *A geodéták megkerülik a komplex aritmetika alkalmazását, annak ellenére, hogy az ellipszoidról történő szögtartó vetítés alapkövetelmény a geodéziában.*
- *Tény azonban, hogy a szögtartó vetületek mint a* ***Gauss-Krüger*** *és az* ***UTM*** *vetületek*
  - *vetületi egyenletei komplex függvényekkel egyszerűbben és rövidebben megadtatók*
  - *azok a számítógépi algoritmusok, amelyek komplex számok kezelésére alkalmas programnyelvek felhasználásával készülnek,*
  - *sokkal rövidebbek*
  - *hatékonyabbak és*
  - *átláthatóbbak.*

Bevezetés

- *A **Gauss-Krüger** és **UTM** koordináták hagyományos számítási módszere a vetületi egyenletek Taylor sorba fejtése.*

- *Ez a módszer alkalmatlan:*
  - *tetszőleges pontossági követelmények, továbbá*
  - *a **Gauss-Krüger** és **UTM** vetületek szélesebb vetületi sávokban történő alkalmazásakor.*

- ***Valós számokról komplex számokra áttérve, az ellipszoidi meridián ívhossza az izometrikus szélesség függvényeként adható meg.***

- ***A Gauss-Krüger és UTM koordináták elliptikus integrállal számíthatók.***

- *A másodfokú és harmadfokú elliptikus integrál kiértékeléséhez az ellipszoidi meridián ívhosszának definiálása szükséges, amely a gyorsan konvergáló Landen transzformáción alapszik.*

Bevezetés

- *A* ***Gauss-Krüger*** *és* ***UTM*** *vetületi egyenletek Jacobi-féle elliptikus funkciókkal történő megadása, lehetővé teszi a szabvány 6 fokos sávszélességnél szélesebb sávokra történő kiterjesztését.*
- *A módszer a középmeridiántól 90 fok földrajzi hosszúságig alkalmazható (180 fok széles vetületi sávban).*
- *Az előadás egy új analitikus módszert ismertet a* ***Gauss-Krüger*** *és* ***UTM*** *ellipszoidi földrajzi és síkkoordináták közötti átszámításra.*
- *A* ***direkt és inverz transzformációk*** *pontossága a számítógép számítási pontosságának függvénye csupán.*

Bevezetés

- *Ez az algoritmus az analitikus kontinuitás szabályai szerint, komplex változókat használatával a meridián ívhossz képletét kiterjeszti a Gauss-Krüger koordináták számítására, egyes változók valósról komplex adattípusra történő változtatásával.*

- *A geodéziai koordinátákat először izometrikus* ***w*** *„komplex közbenső” koordinátává kell transzformálni.*

- *A* φ***,*** λ *ellipszoidi földrajzi koordinátákból* ***q,*** λ *izometrikus szélességet számítunk a* ***lam*** *funkcióval, majd ezután vissza a komplex* ***w*** *formába az* ***ilam****, komplex inverz* ***Lambert*** *funkcióval.*

- *Végül elliptikus integrállal számítjuk a komplex* ***w*** *változó értékét, melynek eredményeként a* ***z = x+iy*** *Gauss-Krüger egységkoordinátákat kapjuk.*

Bevezetés

- *Ez az integrál a meridián ívhossz integrál komplex változókra történő kiterjesztése, az „analitikus kontinuitás”.*

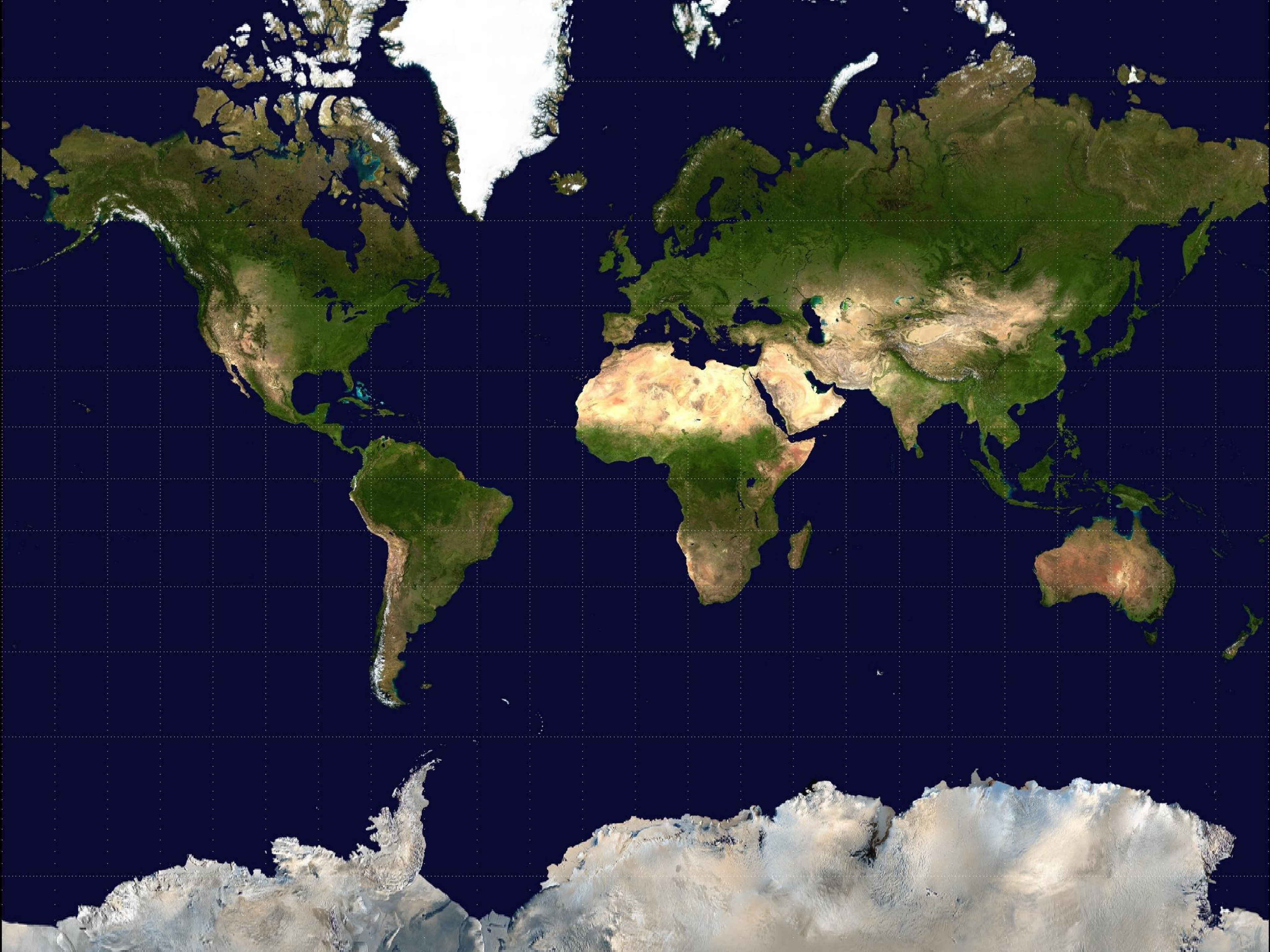
Mercator vetületi rendszer

- *A* ***Mercator vetületi rendszer***

  az ellipszoid normális elhelyezésű szögtartó vetülete, ahol
  - *a meridiánok képei párhuzamos egyenesek*
  - *a paralelkörök képei szintén párhuzamosak és a közöttük lévő távolság az egyenlítőtől a pólusok felé a szögtartó vetület törvényei szerint növekszik.*

- A ***Gerhard Kremer***, latinos nevén **Gerhardus Mercator** *flamand kartográfus által megalkotott* ***Mercator vetületi rendszer*** *1569-ben a hajózásban szabvány vetületi rendszerré vált.*

- *A tengeri navigációt nagymértékben megkönnyítette, mivel a loxodroma minden meridiánt azonos szögben metsző egyenes vonalként rajzolható a Mercator térképen, egy állandó irányszögű egyenesként.*



Mercator vetületi rendszer

- *A* ***TM transzverzális (Transverse) Mercator vetületi rendszer*** *az eredeti, más néven normális (Normal) Mercator vetületi rendszer olyan változata, amelynél a henger tengelye az egyenlítő síkjában fekszik és átmegy az ellipszoid középpontján.*
- *Az* ***UTM vetületi rendszer*** *60 db 6 fokos sávszélességű zónából álló világ vetületi rendszer.*
- *A síkkoordinátákat m0=0,9996 vetületi méretarány tényezővel megszorozva egy metsző hengert, más szóval redukált koordinátákat kapunk.*

Mercator vetületi rendszer

- *1825-ben* ***Carl Friedrich Gauss*** *kidolgozta a TM vetületi rendszer ellipszoidi alkalmazását.*

- *Amelyet 1912-ben* ***Johann Henrich Louis Krüger*** *továbbfejlesztett.*

- *A vetületet gyakran nevezik* ***Gauss-Krüger Transverse Mercator vetület****nek.*

- *Mivel a* **(φ, λ)** *ellipszoidi földrajzi koordináták nem izometrikus koordináták, ezért*

  bevezetjük a **(q, λ)** *Mercator változókból álló izometrikus koordináta rendszert, a szögtartó vetítés komplex változókkal történő végrehajtásához.*

Mercator vetületi rendszer

$$q = \int \frac{R_M}{R_N \cos\varphi} d\varphi = \int_0^{\varphi} \frac{1 - e^2}{\left(1 - e^2 \sin^2\varphi\right)} d\varphi$$

ahol: q: az izometrikus szélesség

φ: az ellipszoidi földrajzi szélesség

e : az ellipszoid első numerikus excentricitása

R_M : a meridián irányú görbületi sugár

R_N : a haránt irányú görbületi sugár

Mercator vetületi rendszer

- *Integrálás utána az* ***izometrikus szélesség*** *a*

$$q = \operatorname{atanh}(\sin \varphi) - e \operatorname{atanh}(e \sin \varphi)$$

képlettel számítható.

- *A* ***síkkoordináták*** *pedig az*

$$X = a\,q \qquad Y = a\,\lambda$$

egyenletekkel számíthatók, ahol **a** *az ellipszoid fél nagytengelyének a hossza.*

Mercator vetületi rendszer

- *Inverz megoldás esetében a* φ *a* **q** *függvényeként, iterációval számítható az alábbiak szerint:*

$$\sin \varphi_{i+1} = \tanh[q + e \tanh(e \sin \varphi_i)]$$

- *Mivel az* **e** *nullához közeli kis mennyiség* $(e \approx 0{,}08)$ *ezért a konvergencia gyors.*

Mercator vetületi rendszer

- *A vetülettanban a **q izometrikus szélesség** gyakran használt mennyiség , melyet a szélesség függvényeként adnak meg és **Lambert funkciónak** (Lambertian function) neveznek :*

$$q = \mathrm{lam} = \mathrm{Lam}(e, \varphi)$$

az ellipszoidon.

- *Az **inverz Lambert funkció** az ellipszoid esetében*

$$\varphi = \mathrm{ilam} = \mathrm{Lam}^{-1}(e, q) = \mathrm{Gud}(e, q)$$

Mercator vetületi rendszer

- *Az **inverze Lambert funkció** kevésbé ismert elnevezése az ún. **Gudermann funkció** (Gudermannian), amelyet az elliptikus funkciókkal foglalkozó **Christoph Gudermann** után neveztek el.*
- *A **lam** és **ilam** funkciók komplex változók esetén is érvényesek, lásd [Klotz, 1993. 107. oldal 1 egyenlet] és [Dorrer, 1999] tanulmányát.*

Meridián ívhossz számítása

- *A meridián S ívhossza a meridián irányú* R_M *görbületi sugár földrajzi szélesség szerinti integrálásával számítható:*

$$S_\varphi = \int_0^\varphi R_M \, d\varphi \qquad \textit{ahol} \qquad R_M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

- *Az* R_M *meridián irányú görbületi sugarat behelyettesítve az ívhossz képletébe:*

$$S_\varphi = a(1-e^2)\int_0^\varphi (1 - e^2\sin^2\varphi)^{-\frac{3}{2}} \, d\varphi$$

- Ez az integrál egy *harmadfokú elliptikus integrál*, amely zárt képlettel nem oldható meg.

Meridián ívhossz számítása

- A *harmadfokú elliptikus integrál kifejezhető másodfokú elliptikus integrállal* [Korn et al, 1968] *és* [Dorrer, 1999].

$$E_2(e, \varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}\, d\varphi$$

- *A program elkészítésekor az ellipszoidi ívhossz számításához az alábbi összefüggést használtuk:*

$$S_{\varphi} = E_2(e, \varphi) - \frac{e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

Meridián ívhossz számítása

- *Az elsőfokú elliptikus integrál az alábbi képlettel definiálható*

$$E_1(e, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - e \sin^2 \varphi}}$$

- *Az eddigiekből következik, hogy* ***a meridián ív szélessége közvetlenül meghatározható a másodfokú elliptikus integrállal.***

- *Ez nem csak elméleti de gyakorlati felhasználás szemponjátból is fontos, még akkor is, ha az elliptikus integrál zárt képlettel nem számítható ki.*

Meridián ívhossz számítása

- *A meridián ívhossz számításához felhasznált egyenletek és algoritmusok kizárólag hatványsorok kiterjesztésén alapultak, együtthatók formájában megadva.*
- *Néhány tag meghagyása után a magasabb hatványú tagokat elhagyták egy bizonyos pontosság eléréséhez, vagy rekurzív algoritmusokat alkalmaztak [Klotz, 1993].*
- *A továbbiakban <u>az elliptikus integrál kiszámításának egy teljesen másfajta, az eddigiektől eltérő megoldását mutatjuk be,</u> amely a geodéziai szakirodalomban kevésbé ismert.*
- *Ez a megoldás csak az elliptikus integrálokra és elliptikus funkciókra jellemző.*

Landen transzformáció

- *Az elliptikus integrálok kiszámítása az ún. Landen transzformációk alkalmazásával végezhető. Ezek másodrendű periodikus transzformációk, amelyeknél az* **e** *modulus négyzetesen konvergál a nulla felé.*

Landen transzformáció

- *Az* ***elsőfokú elliptikus integrál*** *kiszámítására a következő rekurzív algoritmust alkalmazzuk [Dorrer, 1999]:*

$$E_1(e\,;\varphi) = \frac{E_1\left(\dfrac{1-e'}{1+e'}\,,\quad \varphi + \operatorname{arctg} e' \operatorname{tg}\varphi\right)}{1+e'}$$

ahol:

$$e' = \sqrt{1-e^2}$$

Landen transzformáció

- *A rekurzív eljárás kezdőértéke:*

$$\operatorname{tg}\left(\varphi_{n+1} - \varphi_n\right) = e'_n \operatorname{tg} \varphi_n \qquad \left(\varphi_{n+1} > \varphi_n\right)$$

- *Ezáltal az n-ről az n+1-ik iterációra történő lépés csökkenti a modulust de növeli az amplitúdót. Az iteráció akkor ér véget, ha az utolsó modulus elhanyagolhatóan kicsiny lesz, azaz, amikor*

$$E_1\left(e = 0, \varphi\right) = \varphi$$

Landen transzformáció

- *A **másodfokú elliptikus integrál** kiszámítására az alábbi rekurzív algoritmust alkalmazzuk [Dorrer, 1999]:*

$$E_2(e;\varphi) = \frac{1+e'}{2}\left(E_2(\bar{e}, \bar{\varphi}) + (\bar{e}\sin\bar{\varphi} \right) - e' E_1(e, \varphi)$$

ahol:

$$\bar{e} = \frac{1-e'}{1+e'} \qquad \text{és} \qquad \bar{\varphi} = \varphi + \operatorname{arctg} e' \operatorname{tg}\varphi$$

Kiszámítottuk az ívhosszat 10 fokos lépésközönként

fi = 10 foktól, fi = 90 fok földrajzi szélességig a ***Bessel ellipszoidon***

(a=.6377397.155 , b=.6356078.96281818) fél nagytengely és fél kistengely méretek és

(e= 0.08169683122543079) első numerikus excentricitás értékének a felhasználásával méterben, 20 jegy pontossággal.

```
NB. Meridián ívhossz fi = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90
NB.      fok földrajzi szélességnél Bessel ellipszoidon
NB.==========================================================
     a*e elarc rad 10 20 30 40 50 60 70 80 90
  1105748.4945760365 2212151.5502830083 3319786.5095398021
  4429084.7898309017 5540279.5419560615 6653376.1206070846
  7768149.5789256291 8884170.3592376597 10000855.764432505
NB.==========================================================
```

Elvégeztük az ívhossz számítását a WGS84 ellipszoidon is

(a=.6378137 , b=.6356752.314245179) fél nagytengely és fél kistengely méretek és

(e= 0.081819190842621889) első numerikus excentricitás értékének a felhasználásával.

```
NB. Meridián ívhossz fi = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90
NB.     fok földrajzi szélességnél WGS84 ellipszoidon
NB.========================================================
       a*e elarc rad 10 20 30 40 50 60 70 80 90
   1105854.8332343723 2212366.2541716341 3320113.3979403782
   4429529.0303505156 5540847.0416841395 6654072.8194905175
   7768980.7277701944 8885139.871936867 10001965.72931272
NB.========================================================
```

A valódi ívhossztól a Gauss-Krüger és UTM koordinátákig

- *Mivel a Legendre elliptikus integrálok komplex argumentumokra is érvényesek, ezért felhasználhatók a Gauss-Krüger és UTM koordináták meghatározására.*

- *Ez abból a tényből következik, mely szerint a Gauss-Krüger és UTM koordináták szögtartó vetülethez tartoznak, ahol a kezdő meridián torzulásmentes, azaz nincs méretarány változás.*

- *A meridián ívhossz integrál komplex változókra történő kiterjesztésével, az „analitikus (vagy komplex) kontinuitás” felhasználásával, az egydimenziós ívhossznak a kétdimenziós ellipszoid felületre történő kiterjesztésével, egy szögtartó transzformáció lehetséges a komplex Gauss-Krüger változó és a komplex szélesség között.*

A valódi ívhossztól a Gauss-Krüger és UTM koordinátákig

- *Amint köztudott, a (φ, λ) ellipszoidi földrajzi koordináták nem izometrikus koordináták, ezért a φ koordinátát q izometrkus szélességgé kell transzformálni, az alábbi zárt képlettel, lásd [Klotz,1993].*

$$q = \text{arsinh} \quad \text{tg}\,\varphi \; - \; e \;\; \text{tghesin} \quad \varphi = \text{Lam}(e \quad , \varphi)$$

- A ***Lam*** *(e,φ)* a *φ* földrajzi szélesség ***Lambert funkcióját*** jelöli egy adott ***e*** elliptikus excentricitás esetén.

A valódi ívhossztól a Gauss-Krüger és UTM koordinátákig

- *Az* $ilam = Lam^{-1}(e, q)$ ***inverz Lambert funkció****, az előző összefüggés inverze zárt képlettel nem adható meg, ezért iterációval kell kiszámítani, lásd [Klotz,1993].*

- *Az iteráció kezdő értékei:*

$$\varphi = 0 \quad \text{és} \quad \varphi 1 = \arcsin \ \operatorname{tgh} \ \varphi$$

- *A program az iterációt addig folytatja, ameddig a*

$$\varphi_{n+1} - \varphi_n \text{ különbség kisebb lesz mint } 1E-16, \text{ azaz } 10^{-16} - \text{nál}$$

Direkt feladat

$$[\varphi, \boldsymbol{\lambda}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \rightarrow [\mathbf{X}, \mathbf{Y}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}}$$

Inverz feladat

$$[\mathbf{X}, \mathbf{Y}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \rightarrow [\varphi, \boldsymbol{\lambda}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}}$$

Vetületi átszámítás

$$[\mathbf{X}, \mathbf{Y}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \leftrightarrow [\varphi, \boldsymbol{\lambda}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \leftrightarrow \textbf{azonos} \quad \textbf{ellipszoid} \quad \leftrightarrow [\varphi, \boldsymbol{\lambda}]_{\mathrm{GK}}^{\mathrm{UTM}} \leftrightarrow [\mathbf{X}, \mathbf{Y}]_{\mathrm{GK}}^{\mathrm{UTM}}$$

Direkt feladat

$$[\varphi, \boldsymbol{\lambda}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \rightarrow [\mathbf{X}, \mathbf{Y}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}}$$

- *A komplex **Gauss-Krüger/UTM** egység koordináták az alábbi összefüggés alapján számíthatók:*

$$\mathrm{x} + \mathrm{iy} = \mathrm{elarc}(\mathrm{e}\ \ ,\mathrm{ilam}\ \ (\mathrm{e},\ \mathrm{lam}\ \ (\mathrm{e}\ ,\varphi) + \mathrm{i}\ \lambda))$$

- *A valódi **X,Y Gauss-Krüger/UTM** koordináták számításához az átszámítandó pont ellipszoidi földrajzi hosszúságából le kel vonni a középmeridián hosszúságát, azaz képezni kell a*

$$\lambda - \lambda_k$$

külömbséget.

Direkt feladat

- *A komplex egység koordináták kiszámítása után azokat meg kell szorozni az ellipszoid* ***a*** *fél nagytengely hosszával és az* ***m0*** *vetületi méretarány tényező értékével, majd az így kapott eredményhez hozzáadni a tényleges* ***X0,Y0*** *eltolás értékeket.*

- *A vetületi méretarány tényező értékei:*

Gauss-Krüger vetületi rendszer esetén:

$$m_0 = 1$$

UTM vetületi rendszer esetén:

$$m_0 = 0{,}9996$$

Inverz feladat

$$[\mathbf{X},\ \mathbf{Y}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \rightarrow [\varphi,\boldsymbol{\lambda}]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}}$$

- *Első lépésként az átszámítandó **X,Y** síkkoordinátákból levonjuk az adott **X0,Y0** eltolás értékeket, ezután a különbségeket elosztjuk az **m0** vetületi méretarány tényező és az ellipszoid **a** fél nagytengely hosszával.*

- *A komplex* ***Gauss-Krüger/UTM*** *egység koordináták számítási egyenletének invertálásával ellipszoidi földrajzi koordináták számíthatók síkkoordinátákból.*

$$x + iy = \mathrm{elarc}(e\quad, \mathrm{ilam}\quad(e,\ \mathrm{lam}\quad(e\ , \varphi) + i\,\lambda))$$

Inverz feladat

- *Az inverz megoldáskor a* ***φ*** *ellipszoidi földrajzi szélesség a* ***q*** *izometrikus szélesség függvénye, amely fokozatos közelítéssel határozható meg.*
- *A megoldáshoz az ellipszoidi ívhossz inverzét kell először kiszámítanunk iterációval.*
- *A másodfokú elliptikus integrált*

$$E_2(e, \varphi) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}\, d\varphi$$

deriválva, a következő differenciálhányadost kapjuk:

$$dzw = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}^{\,3}}$$

Inverz feladat

- *Az ellipszoidi ívhossz inverzének számításakor, a program először kiszámítja a z komplex* ***Gauss-Krüger/UTM*** *egységkoordinátákat*

$$z = x + iy = \frac{X - X0}{m0 \cdot a} + i\frac{Y - Y0}{m0 \cdot a}$$

- *Ezután a komplex* ***z*** *koordináták felhasználásával, elliptikus integrállal számítjuk a* ***w*** *„komplex közbenső szélesség" értékét.*

  Az iteráció kezdőértéke: ***w = z****.*
- *A program az iterációt addig folytatja, ameddig a változás abszolút értéke*

$$\left|dw\right| \quad \text{kisebb lesz mint } 1E-15, \text{ azaz } 10^{-15} - \text{nél}$$

Inverz feladat

- *A keresett ellipszoidi földrajzi koordináták az alábbi összefüggésekkel számíthatók:*

$$q + i\lambda = \mathrm{lam}(e \quad, \mathrm{ielarc} \quad (e, \; x + iy))$$

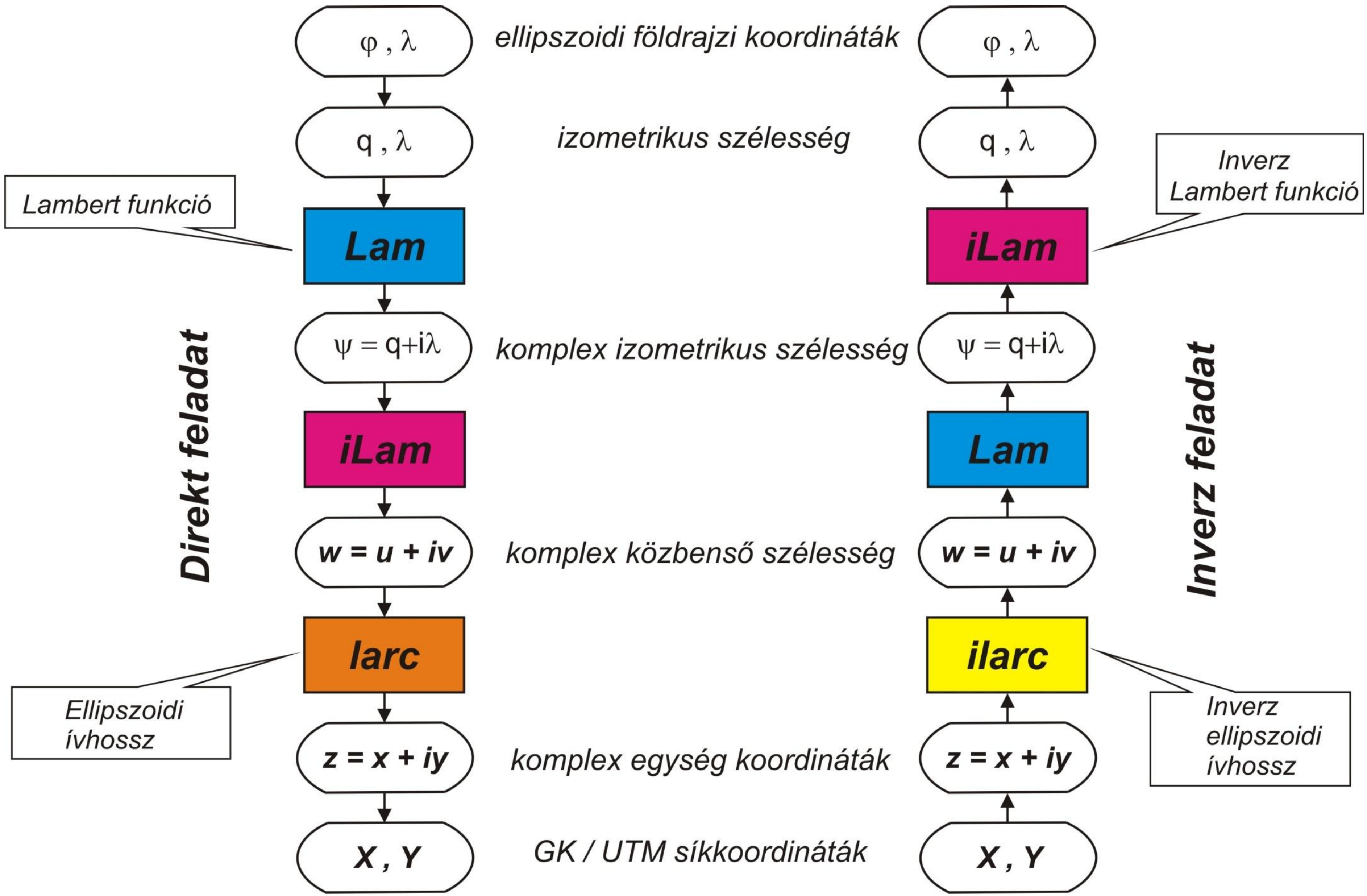
$$\varphi = \mathrm{ilam}(e, \quad q)$$

- *ahol **q** az izometrikus szélesség.*

- *Végül a fenti egyenletből kapott ellipszoidi földrajzi hosszúságához hozzá kell adni a középmeridián ellipszoidi földrajzi hosszúságát, azaz képezni kell a*

$$\lambda + \lambda_k$$

összeget.



φ , λ
ellipszoidi földrajzi koordináták
φ , λ
q , λ
izometrikus szélesség
q , λ
Lambert funkció
Inverz Lambert funkció
Lam
iLam
Direkt feladat
Inverz feladat
ψ = q+iλ
komplex izometrikus szélesség
ψ = q+iλ
iLam
Lam
w = u + iv
komplex közbenső szélesség
w = u + iv
larc
ilarc
Ellipszoidi ívhossz
Inverz ellipszoidi ívhossz
z = x + iy
komplex egység koordináták
z = x + iy
X , Y
GK / UTM síkkoordináták
X , Y

GKUTM program

*A **Direkt** és **Inverz** feladat megoldásához az alábbiakban ismertetett*

J nyelvű programot készítettük.

A program fájlból történő betöltése után:

- ***1.** <u>Először vetületi rendszert kell választanunk</u>, a **vet”** bevitele után megjelenő listából, az alkalmazni kívánt vetület sorszámának bevitelével. Ezután a program az **X0** és **Y0** eltolás értékeket kéri. A felhasználó ezután választhat, **középmeridián** vagy a **zónaszám** bevitele között.*
- *A λ_k **középmeridián** bevitele után a program kiszámítja a **Z zónaszámot** a következő összefüggés alapján.*

$$Z = \frac{1}{6}(3 + \lambda_k) + 30$$

Amennyiben a Z nem egész szám, hanem tizedes tört, a zónaszám nem számítható, ilyenkor a `Nem számítható` *üzenet jelenik meg a képernyőn.*

GKUTM program

- ***Zónaszám*** *bevitele esetén a program kiszámítja a* λ_k ***középmeridián*** *értékét a*

$$\lambda_k = (Z - 30)6 - 3$$

összefüggés alapján.

A Z zónaszám 1 és 60 közötti tetszőleges egész szám lehet. Amikor a $Z < 1$ *vagy* $Z > 60$*, akkor a zónaszám érvénytelen, a középmeridián nem számítható, ilyenkor a* `Nem számítható` *üzenet jelenik meg a képernyőn, a program* $\lambda_k = 0$ *értékkel végzi a további számításokat.*

GKUTM program

```
load'H:\GKUTM.run'
load'H:\XY4.run'
load'H:\FL4.run'

vet''
                    Vetületi rendszer

            1 Gauss-Krüger (GK)
            2 Universal Transverse Mercator (UTM)

Írja be a vetületi rendszer sorszámát:
1
Írja be az X0 eltolás értékét:
0
Írja be az Y0 eltolás értékét:
3500000
Válasszon: 1 Középmeridián 2 Zónaszám
1
Írja be a középmeridián értékét:
15
33
```

GKUTM program

- ***2.*** *<u>Ezek után ellipszoidot kell választanunk</u>, az* ***ell''*** *bevitele után megjelenő listából, az alkalmazni kívánt ellipszoid sorszámának bevitelével.*

  A felhasználó 22 db ellipszoid közül választhat.

  A program kiírja a választott ellipszoid nevét, az ***a*** *és* ***b*** *fél nagy illetve fél kistengely hosszakat, az ezek felhasználásával számított lapultság értékét, a választott vetületi rendszert és* ***m0*** *vetületi méretarány tényező értékét, továbbá az* ***X0*** *és* ***Y0*** *eltolás értékeket, a középmeridián értékét valamint a zónaszámot.*

ell''

Ellipszoidok

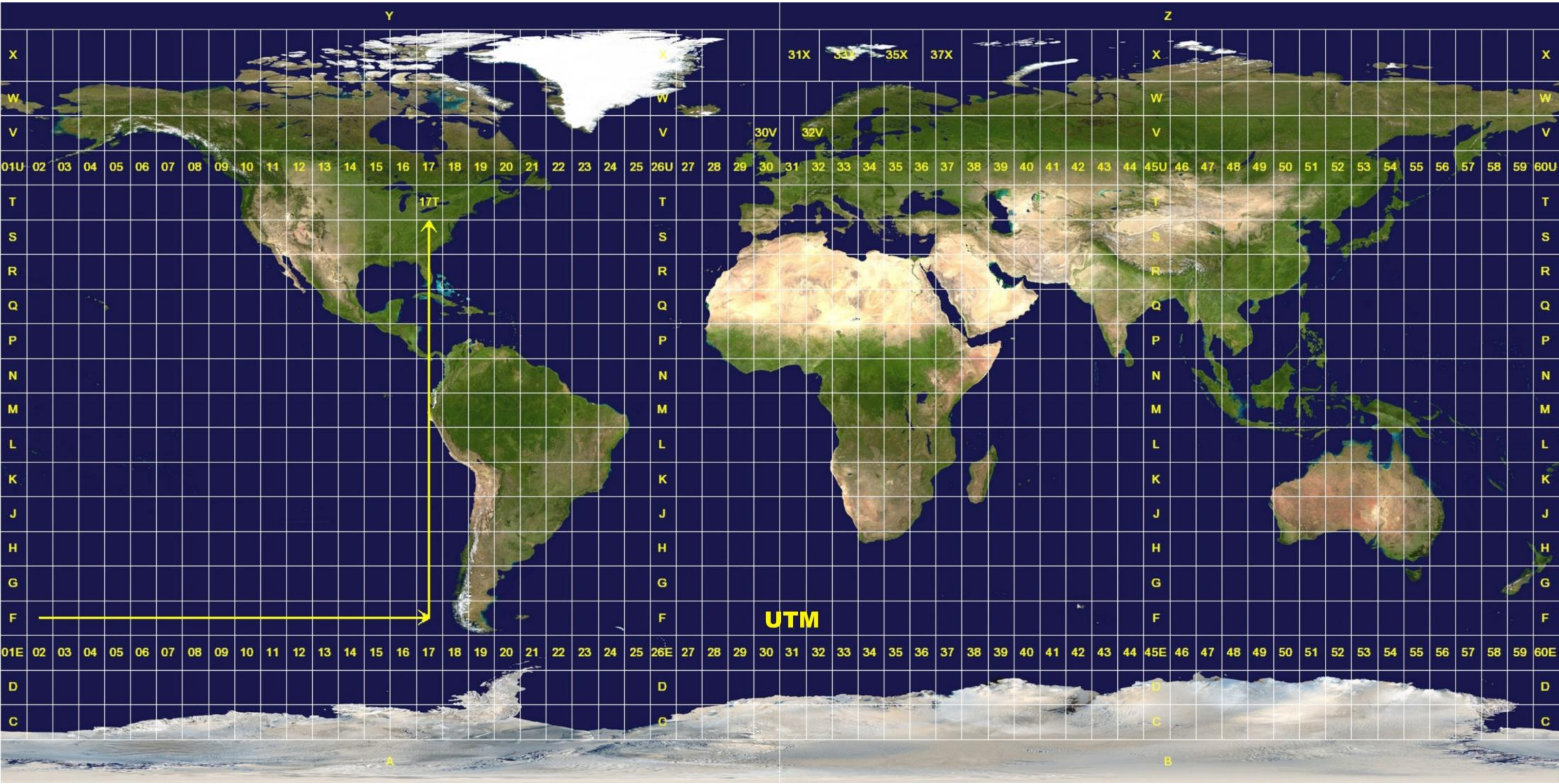
```
 1 Airy
 2 Australian National
 3 Bessel 1841
 4 Clarke 1866
 5 Clarke 1880
 6 Everest
 7 Fischer 1960 (Mercury)
 8 Fischer 1968
 9 Geodetic Reference System 1967
10 Geodetic Reference System 1980
11 Helmert 1906
12 Hough
13 International 1924 (Hayford)
14 Krassovsky
15 Modified Airy
16 Modified Everest
17 Modified Fischer 1960 (South Asia)
18 South American 1969
19 Word Geodetic System 1960
20 Word Geodetic System 1966
21 Word Geodetic System 1972
22 Word Geodetic System 1984
```

Írja be az ellipszoid sorszámát:
14

GKUTM program

```
=================================================
Krassovsky ellipszoid
a = 6378245 b = 6356863.0187730473 fl = 0.0033523298692591371
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 3500000
Középmeridián = 15 Zónaszám = 33
=================================================
```

Ellipszoid választása



Zónaszámok UTM vetületi rendszerben

1 _177	11 _117	21 _57	31 3	41 63	51 123
2 _171	12 _111	22 _51	32 9	42 69	52 129
3 _165	13 _105	23 _45	33 15	43 75	53 135
4 _159	14 _99	24 _39	34 21	44 81	54 141
5 _153	15 _93	25 _33	35 27	45 87	55 147
6 _147	16 _87	26 _27	36 33	46 93	56 153
7 _141	17 _81	27 _21	37 39	47 99	57 159
8 _135	18 _75	28 _15	38 45	48 105	58 165
9 _129	19 _69	29 _9	39 51	49 111	59 171
10 _123	20 _63	30 _3	40 57	50 117	60 177

Középmeridiánok és zónaszámok

GKUTM program

Direkt feladat: *ellipszoidi földrajzi koordinátákból síkkoordináták számítása*

$$\left[\varphi\,,\boldsymbol{\lambda}\,\right]_{\mathbf{UTM}}^{\mathbf{GK}} \rightarrow \left[\mathbf{X},\,\mathbf{Y}\,\right]_{\mathbf{UTM}}^{\mathbf{GK}}$$

Pontonkénti átszámításkor: **φ GK λ**
Fájlból történő átszámításkor: **XY FLK**

φ [F P M] space **GK** space **λ [F P M] Enter**

[F P M] = **F**ok **P**erc **M**ásodperc

*A program kiszámítja és kiírja az átszámított pont **X,Y** koordinátáit 20 jegy pontossággal.*

GKUTM program

```
=================================================================
   46 53 41.52783 GK 15 42 3.71429
Gauss-Krüger X = 5195889.7423717026 Y = 3553422.967506588
=================================================================
```

Direkt feladat Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

Pontonkénti átszámítás

GKUTM program

```
XY FLK

=====================================================================

         Forrás rendszer [F L] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [X Y]

=====================================================================

                             KOORDINÁTA JEGYZÉK
  5 46 53 41.5278 15 42 3.7143 5195889.7414471777 3553422.9677265463
  6 48 12 56.6549 18 33 22.565 5348629.0873072222 3764264.9190530628
 20 47 11  0.1613 18 24 0.0317 5233337.5406039683 3757697.8895039712
 21 47 12  0.0101 18 24 0.2002 5235185.7201029044 3757620.8874895684

=====================================================================
```

Direkt feladat Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

Fájlból történő átszámítás

GKUTM program

Inverz feladat: *síkkoordinátákból ellipszoidi földrajzi koordináták számítása*

$$\left[\mathbf{X},\ \mathbf{Y}\right]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}} \rightarrow \left[\varphi\ ,\boldsymbol{\lambda}\right]_{\mathrm{UTM}}^{\mathrm{GK}}$$

Pontonkénti átszámításkor: X GKI Y

Fájlból történő átszámításkor: FL XYK

X space GKI space Y **Enter**

*A program kiszámítja és kiírja az átszámított pont **φ, λ** koordinátáit **[F P M]** alakban a **M**ásodperc értékét négy tizedesre, azaz 1E-4 formában.*

GKUTM program

```
================================================================
   5195889.7423717026 GKI 3553422.967506588
Gauss-Krüger fi =   46  53  41.5278  lambda =  15  42   3.7143
================================================================
```

Inverz feladat Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

Pontonkénti átszámítás

GKUTM program

```
FL XYK
==================================================================================
Forrás rendszer [X Y] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [F L]
=================================================================================
                              KOORDINÁTA JEGYZÉK
 5 5195889.741447178 3553422.967726546   46  53  41.5278  15  42   3.7143
 6 5348629.087307222 3764264.919053063   48  12  56.6549  18  33  22.5650
20 5233337.540603968 3757697.889503971   47  11   0.1613  18  24   0.0317
21 5235185.720102904 3757620.887489568   47  12   0.0101  18  24   0.2002
==================================================================================
```

Inverz feladat Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

Fájlból történő átszámítás

```
================================================================================

   XY FLK

================================================================================

          Forrás rendszer [F L] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [X Y]

================================================================================

                               KOORDINÁTA JEGYZÉK
    5 46 53 41.5278 15 42 3.7143 5195889.7414471777 3553422.9677265463
    6 48 12 56.6549 18 33 22.565 5348629.0873072222 3764264.9190530628
   20 47 11  0.1613 18 24 0.0317 5233337.5406039683 3757697.8895039712
   21 47 12  0.0101 18 24 0.2002 5235185.7201029044 3757620.8874895684

================================================================================

   FL XYK

================================================================================

          Forrás rendszer [X Y] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [F L]

================================================================================

                               KOORDINÁTA JEGYZÉK
    5 5195889.741447178 3553422.967726546   46  53  41.5278  15  42   3.7143
    6 5348629.087307222 3764264.919053063   48  12  56.6549  18  33  22.5650
   20 5233337.540603968 3757697.889503971   47  11   0.1613  18  24   0.0317
   21 5235185.720102904 3757620.887489568   47  12   0.0101  18  24   0.2002

================================================================================
```

Direkt és Inverz feladat

Gauss-Krüger vetületi rendszerben, Krassovsky ellipszoidon

GKUTM program

```
===============================================================================

Clarke 1880 ellipszoid
a = 6378249.1449999996 b = 6356514.8695497699 fl = 0.0034075613787002117
Universal Transverse Mercator vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 0.9996
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 500000
Középmeridián = 9 Zónaszám = 32
===============================================================================
   36 53 0.7112 GK 7 38 9.8892
Universal Transverse Mercator X = 4082529.0480910414 Y = 378451.1734323384
===============================================================================
   4082529.0480910414 GKI 378451.1734323384
Universal Transverse Mercator fi =   36  53   0.7112  lambda =   7  38   9.8892
===============================================================================
```

Direkt és inverz feladat UTM vetületi rendszerben, Clarke 1880 ellipszoidon

gegeben:	$\varphi = 52°$	$\lambda = 3°$		$\varphi = 52°$	$\lambda = 30°$
Ordnung e^{2n}	x	y	Ordnung e^{2n}	x	y
$n = 0$	5.733.411,	205.064,	$n = 0$	6.163.225,	2.024.642,
$n = 1$	5.767.617,	206.019,8	$n = 1$	6.200.472,	2.033.551,
$n = 2$	5.767.715,02	206.021,240	$n = 2$	6.200.529,48	2.033.568,6
$n = 3$	5.767.715,3128	206.021,24815	$n = 3$	6.200.529,3566	2.033,568,7638
$n = 4$	5.767.715,31372	206.021,24821	$n = 4$	6.200.529,35514	2.033.568,76509
$n = 5$	5.767.715,31372	206.021,24821	$n = 5$	6.200.529,35514	2.033.568,76509.

```
================================================================================

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 0
Középmeridián = 0 Zónaszám = Nem számítható
================================================================================

   52 0 0 GK 3 0 0
Gauss-Krüger X = 5767715.3137183236 Y = 206021.24821415183
================================================================================

   5767715.3137183236 GKI 206021.24821415183
Gauss-Krüger fi =    52    0     0.00000000 lambda =     3    0     0.00000000
================================================================================

   52 0 0 GK 30 0 0
Gauss-Krüger X = 6200529.3551359791 Y = 2033568.7650942926
================================================================================

   6200529.3551359791 GKI 2033568.7650942926
Gauss-Krüger fi =    52    0     0.00000000 lambda =    30    0     0.00000000
================================================================================

   NB.==========================================================================
   NB.                         Direkt feladat
   NB.    Eredmények megegyeznek [Klotz, 1993] példájával a 111.-ik oldalon
   NB.==========================================================================
```

gegeben: $x = 5.000.000{,}00000$ $y = 1.000.000{,}00000$ | $x = 9.000.000{,}00000$ $y = 1.000.000{,}00000$

Ordnung e^{2n}	φ	λ	Ordnung e^{2n}	φ	λ
$n=0$	44°18′45″	12°38′15″	$n=0$	77°28′59″	46°37′55″
$n=1$	44°26′17″	12°33′34″	$n=1$	77°22′31″	45°10′38″
$n=2$	44°26′18″599	12°33′31″495	$n=2$	77°22′26″361	45°10′ 5″71
$n=3$	44°26′18″606058	12°33′31″491477	$n=3$	77°22′26″34982	45°10′ 5″5072
$n=4$	44°26′18″606087	12°33′31″491469	$n=4$	77°22′26″349709	45°10′ 5″505801
$n=5$	44°26′18″606087	12°33′31″491469	$n=5$	77°22′26″349709	45°10′ 5″505792.

```
   5000000 GKI 1000000
Gauss-Krüger fi =   44  26   18.60608711 lambda =   12  33   31.49146853
================================================================================

   44  26   18.60608711 GK 12  33   31.49146853
Gauss-Krüger X = 4999999.9999998799 Y = 1000000.0000001293
================================================================================

   9000000 GKI 1000000
Gauss-Krüger fi =   77  22   26.34970891 lambda =   45  10    5.50579216
================================================================================

   77  22   26.34970891 GK 45  10    5.50579216
Gauss-Krüger X = 9000000.0000001136 Y = 999999.99999993504
================================================================================

   NB.=============================================================================
   NB.                             Inverz feladat
   NB.    Eredmények megegyeznek [Klotz, 1993] példájával a 112.-ik oldalon
   NB.=============================================================================

   5000000-4999999.9999998799
1.2014061212539673e_7           NB. dX = X eredeti - X számított = 1E-7 m

   1000000-1000000.0000001293
_1.2933742254972458e_7          NB. dY = Y eredeti - Y számított = _1E-7 m

   9000000-9000000.0000001136
_1.1362135410308838e_7          NB. dX = X eredeti - X számított = _1E-7 m

   1000000-999999.99999993504
6.4959749579429626e_8           NB. dY = Y eredeti - Y számított = 6E-8 m

   NB.=============================================================================
   NB.                 Inverz feladat ellenőrzése direkt feladattal
   NB.                         X,Y -> fi, lambda -> X,Y
   NB.                      eltérés dX = 1E-7 m, dY = 1E-7m
   NB.=============================================================================
```

gegeben:	$\varphi = 52°$	$\lambda = 3°$		$\varphi = 52°$	$\lambda = 30°$
Ordnung e^{2n}	x	y	Ordnung e^{2n}	x	y
$n = 0$	5.733.411,	205.064,	$n = 0$	6.163.225,	2.024.642,
$n = 1$	5.767.617,	206.019,8	$n = 1$	6.200.472,	2.033.551,
$n = 2$	5.767.715,02	206.021,240	$n = 2$	6.200.529,48	2.033,568,6
$n = 3$	5.767.715,3128	206.021,24815	$n = 3$	6.200.529,3566	2.033,568,7638
$n = 4$	5.767.715,31372	206.021,24821	$n = 4$	6.200.529,35514	2.033.568,76509
$n = 5$	5.767.715,31372	206.021,24821	$n = 5$	6.200.529,35514	2.033.568,76509.

```
==========================================================================
International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 0
Középmeridián = 0 Zónaszám = Nem számítható

==========================================================================

   XY FLK

==========================================================================

      Forrás rendszer [F L] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [X Y]

==========================================================================

                               KOORDINÁTA JEGYZÉK
    1 52 0 0  3 0 0 5767715.313718324 206021.2482141518
    2 52 0 0 30 0 0 6200529.355135979 2033568.765094293

==========================================================================
```

NB. Direket feladat

NB. Eredmények megegyeznek [Klotz, 1993] példájával a 111.-ik oldalon gegeben: $x = 5.000.000{,}00000$ $y = 1.000.000{,}00000$ | $x = 9.000.000{,}00000$ $y = 1.000.000{,}00000$

Ordnung e^{2n}	φ	λ	Ordnung e^{2n}	φ	λ
$n=0$	44°18′45″	12°38′15″	$n=0$	77°28′59″	46°37′55″
$n=1$	44°26′17″	12°33′34″	$n=1$	77°22′31″	45°10′38″
$n=2$	44°26′18″599	12°33′31″495	$n=2$	77°22′26″361	45°10′ 5″71
$n=3$	44°26′18″606058	12°33′31″491477	$n=3$	77°22′26″34982	45°10′ 5″5072
$n=4$	44°26′18″606087	12°33′31″491469	$n=4$	77°22′26″349709	45°10′ 5″505801
$n=5$	44°26′18″606087	12°33′31″491469	$n=5$	77°22′26″349709	45°10′ 5″505792.

```
==========================================================================
International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 0
Középmeridián = 0 Zónaszám = Nem számítható
==========================================================================

   FL XYK

==========================================================================

          Forrás rendszer [X Y] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [F L]

==========================================================================

                                KOORDINÁTA JEGYZÉK
    1 5000000 1000000   44  26  18.6061  12  33  31.4915
    2 9000000 1000000   77  22  26.3497  45  10   5.5058

==========================================================================
```

NB. Inverz feladat

NB. Eredmények megegyeznek [Klotz, 1993] példájával a 112.-ik oldalon

Vetületi átszámítás

$$\left[X, Y\right]_{UTM}^{GK} \leftrightarrow \left[\varphi, \lambda\right]_{UTM}^{GK} \leftrightarrow \textbf{azonos} \quad \textbf{ellipszoid} \quad \leftrightarrow \left[\varphi, \lambda\right]_{GK}^{UTM} \leftrightarrow \left[X, Y\right]_{GK}^{UTM}$$

*A programmal **Gauss-Krüger** és **UTM** vetületi rendszerek közötti átszámítás lehetséges, azonos forgási ellipszoid alkalmazása esetén.*

***1. Forrás rendszer** (ahonnan átszámítunk) állandóinak bevitele után **inverz feladat** megoldása: az átszámítandó pont síkkoordinátáiból ellipszoidi földrajzi koordinátákat számítunk.*

***2. Cél rendszer** (amelyikbe átszámítunk) állandóinak bevitele után **direkt feladat** megoldása: az előző lépésben számított ellipszoidi földrajzi koordinátákból síkkoordinátákat számítunk a cél rendszer állandóival.*

Vetületi átszámítás

Pontonkénti átszámítás

```
==============================================================================

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Universal Transverse Mercator vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 0.9996
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 500000
Középmeridián = 9 Zónaszám = 32
==============================================================================
   4082529.0478 GKI 378451.1742
Universal Transverse Mercator fi =   36  52  49.0966  lambda =   7  38  10.1310
==============================================================================
==============================================================================

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 3500000
Középmeridián = 15 Zónaszám = 33
==============================================================================
   36  52  49.0966  GK   7  38  10.1310
Gauss-Krüger X = 4108713.864531978 Y = 2842968.5368771851
==============================================================================
```

Vetületi átszámítás

Fájlból történő átszámítás

```
==============================================================================

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.9461279456 fl = 0.0033670033670034566
Universal Transverse Mercator vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 0.9996
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 500000
Középmeridián = 9 Zónaszám = 32
==============================================================================

   FL XYK

==============================================================================

          Forrás rendszer [X Y] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [F L]

==============================================================================

                                KOORDINÁTA JEGYZÉK
 1956 4082529.0478 378451.1742   36  52  49.0966   7  38  10.1310
 1977  5262231.148  388360.572   47  30  10.8376   7  31   3.5035
 2011  4256789.378  397653.179   38  27  10.4273   7  49  37.5749

==============================================================================
```

Vetületi átszámítás

Fájlból történő átszámítás

```
================================================================================

International 1924 (Hayford) ellipszoid
a = 6378388 b = 6356911.946127946 fl = 0.003367003367003457
Gauss-Krüger vetület
Vetületi méretarány tényező: m0 = 1.0000
Eltolás: X0 = 0 Y0 = 3500000
Középmeridián = 15 Zónaszám = 33
================================================================================

   XY FLK

================================================================================

          Forrás rendszer [F L] -> TRANSZFORMÁCIÓ -> Cél rendszer [X Y]

================================================================================

                                 KOORDINÁTA JEGYZÉK
 1956 36 52 49.0966 7 38  10.131 4108713.864531978 2842968.536877185
 1977 47 30 10.8376 7 31  3.5035 5290479.560147289 2936399.888731815
 2011 38 27 10.4273 7 49 37.5749 4282300.734914633 2873481.325113577

================================================================================
```

Összefoglalás

- *Az előadás egy új* ***analitikus megoldást*** *mutatott be* ***a Gauss-Krüger és UTM síkkoordináták és ellipszoidi földrajzi közötti átszámításra.***

- *A* ***Gauss-Krüger*** *és* ***UTM*** *koordináták hagyományos számítási módszere a vetületi egyenletek Taylor sorba fejtése,*

  amely alkalmatlan tetszőleges pontossági követelmények és a vetületek szélesebb vetületi sávokban történő alkalmazásakor.

Összefoglalás

- *Valósról komplex számokra áttérve, az ellipszoidi meridián ívhossza, az izometrikus szélesség függvényeként adható meg.*

- *A vetületi egyenletek elliptikus integrállal történő megoldása lehetővé teszi a szabvány 6 fokosnál szélesebb sávokra történő kiterjesztését.*

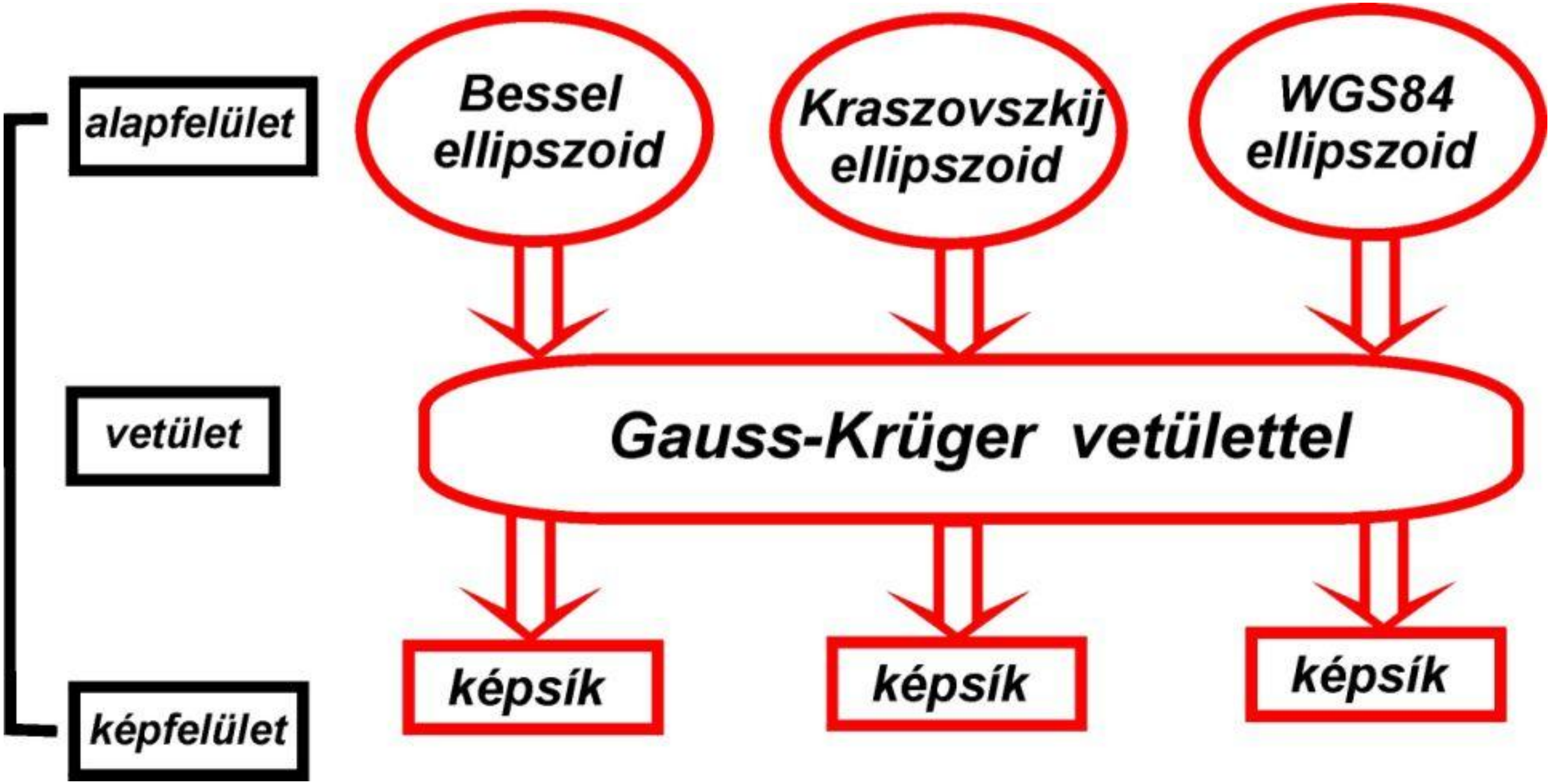
- *Az módszer a középmeridiántól 90 fok földrajzi hosszúságig alkalmazható.*

Összefoglalás

- ***A vetületi egyenletek elliptikus integrállal történő megoldása,*** *<u>hasznos eszköz lehet</u> a Taylor sorba fejtésen alapuló algoritmusok kiértékelésére, amely a szabvány 6 fokos sávszélességen túl pontatlan.*

- ***A GKUTM program felhasználható***
  - ***Direkt és inverz feladat megoldására*** ***Gauss-Krüger*** *és* ***UTM*** *vetületi rendszerekben*
  - *a* ***Gauss-Krüger*** *és* ***UTM*** *koordináták* ***vetületi sávok közötti átszámítására.***
  - ***GPS-szel mért ellipszoidi földrajzi koordináták átszámítására Gauss-Krüger*** *és* ***UTM*** *vetületi rendszerekbe*

- ***Az alkalmazott analitikus megoldás****,* ***ismert, kidolgozott és „szilárd" matematikai módszeren alapszik.***


alapfelület
vetület
képfelület
Bessel ellipszoid
Kraszovszkij ellipszoid
WGS84 ellipszoid
Gauss-Krüger vetülettel
képsík
képsík
képsík

Összefoglalás

- ***A bemutatott módszer pontossága biztosítja*** a ***Gauss-Krüger és UTM vetületi rendszerek egész Földre történő kiterjesztését és alkalmazását (Világ vetületi rendszer).***

- ***A direkt és inverz transzformációk pontossága a számítógép számítási pontosságának függvénye csupán.***

Remélhetőleg a magyar geodéta társadalom méltányolja, elfogadja és alkalmazni fogja a bemutatott módszert, a gyakorlati életben és az oktatásban egyaránt.

Hivatkozások

Dorrer E., (1999): *From Elliptic Arc Length to Gauss-Krüger Coordinates by Analytic Continuation. Quo vadis geodesia?* Anniversary Festshrift dedicated to Erik W. Grafarend, Shriftenreiche der Studiengang Geodäsie & Geoinformatik. Nr 6, Stuttgart, 9 pages.
www.uni-stuttgart.de/gi/reserch/shriftenreiche/quo.vadis/pdf/dorrer.pdf
Web keresés kulcsszavai ”egon dorrer analytic continuation”

Dozier J., (1980): *Improved Algorithm for Calculation of UTM and Geodetic Coordinates.* NOAA Technical Report NESS 81. US. National Environmental Satellite Service, Waschington DC, 19 pages.

Kádár I., (2009, 2010, 2011): *Személyes konzultációk.* Székesfehérvár

Klotz J., (1993): *Eine Analytische Lösung der Gauß-Krüger Abbildung.* Zeitschrift für Vermessungsvesen (ZfV), No 3, Potsdam

Korn et al., (1968): *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers.* McGraw-Hill, New York

Norman T., (2001): *J: THE NATURAL LENGUAGE FOR ANALYTIC COMPUTING*
Research Studies Press Ltd. Baldock, Hertfordshire, England

Stuifbergen N., (2009): *Wide Zone Transverse Mercator Projection.* Can. Tech. Rep. Hydrogr. Ocean Sci. No. 262: iv + 50pp.

VÉGE